Elettromagnetismo – Giagu

25/02/19

8 ore settimanali

di cui 2 di esercitazioni

e-learning:

WWW.GIAGU.IT

STEFANO.GIAGU@uniroma1.it

RICEVIMENTO VENERDÍ 14:00 3° PIANO (318)

ESONERI

1° METÀ APRILE

2° FINE CORSO

$\boxed{\begin{matrix} \geq 15 \text{ ma} \\ 1° + 2° \geq 18 \end{matrix}}$

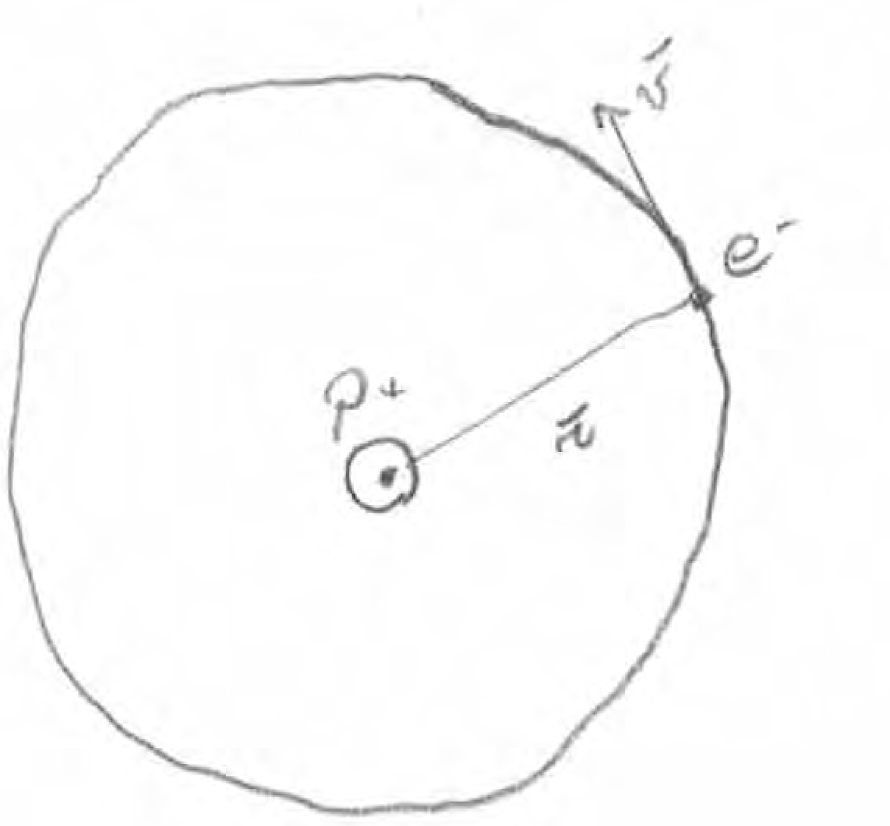
$$\overline{F} = m\overline{a} = \frac{dF}{dt} \quad (1a)$$

$$\overline{F}_G \longrightarrow m \qquad F_G = G_N \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\overline{F}_E \longrightarrow q \pm \qquad F_E = K \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$\overline{F}_{NF} \quad r \sim r_N \sim 1 \underbrace{fm}_{\substack{\text{FERMI} \\ \text{FEMTOMETRO}}} \sim 10^{-15} m$$

$$\overline{F}_{ND} \quad r \sim r_A \sim 1 \underbrace{\text{Å}}_{\text{ARMSTRONG}} \sim 10^{-10} m$$



$$\overline{F}_g = 10^{-10} \frac{N m^2}{Kg^2} \frac{10^{-30}\, 10^{-27}}{10^{-10}\, 10^{-10}} \sim 10^{-47} N \qquad m_e \sim 10^{-30} Kg \quad m_p \sim 10^{-27} Kg$$

$$r = 10^{-10} m \sim 1 \text{Å}$$

$$\overline{F}_c = 10^{10} \frac{N m^2}{C^2} \frac{10^{-19}\, \cancel{10^{-19}}}{\cancel{10^{-20}}} \sim 10^{-8} C \qquad -e = -1{,}6 \cdot 10^{-19} C$$

$$\vec{l} = \vec{r} \times m\vec{v} = r m v \hat{z} = n\hbar$$

$$F = m \frac{v^2}{r}$$

La carica è quantizzata

$$Q = \pm \underset{\substack{\downarrow \\ 0,1,2, \in \mathbb{N}}}{n} |e|$$

per noi sarà $Q \in \mathbb{R}$

un condensatore

$$Q = \Delta V \underset{\text{capacità}}{C}$$

$$Q = 160\,V \; 10^{-6} \overset{\mu F}{F} = 1{,}6 \cdot 10^{-4}\,C$$

$$\frac{1{,}6 \cdot 10^{-4}\,C}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C} = 10^{15}\,e$$

La carica si conserva nell'universo

Teorema di

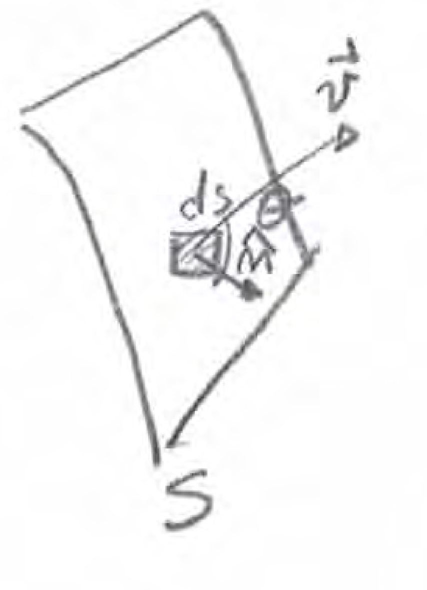
$$\rho(\bar{r}, t)\, d\tau = dm$$

$$\rho(\bar{r}, t)\, d\tau = dq$$

$$q = \int_\tau \rho \, d\tau$$

$$\frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\int_\tau \rho \, d\tau = \int_\tau \frac{\rho}{dt} d\tau = I \quad \text{CORRENTE}$$

FLUSSO



$\vec{v}$

$$d\vec{s} = ds\, \hat{n}$$

$$d\phi = \vec{v} \cdot d\vec{s} = v\, ds\, \cos(\theta) \quad \text{FLUSSO ELEMENTARE}$$

$$\phi_S(\vec{v}) = \int_S d\phi = \int_S v \cos(\theta)\, ds = \int_S \vec{v} \cdot d\vec{s}$$

se una superficie è chiusa la convenzione definisce il vettore normale come uscente

$$I_S = \int_S \bar{J} \cdot d\vec{s}$$

$$\int_{\partial\tau} \vec{J} \cdot d\vec{s} = -\int \frac{\partial \rho}{\partial t} d\tau \overset{\text{Teo divergenza}}{=} \int_\tau (\nabla \cdot \bar{J})\, d\tau$$

$$\boxed{\bar{\nabla} \cdot \bar{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}} \quad \text{CONSERVAZIONE DELLA CARICA}$$

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_y}{\partial y} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

27/02/19

La Carica : quantità di portatori di carica

$Q = n\,e$
$\quad \llcorner n \in \mathbb{Z}$

$e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C

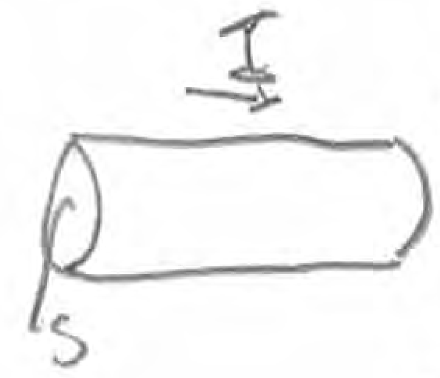
$i = \dfrac{dQ}{dt}$ corrente è la variazione di carica nel tempo

si conserva globalmente e localmente

$\bar{\nabla} \cdot \bar{J}$ la divergenza di $\bar{J}$ è

$\bar{\nabla} \cdot \bar{J} = - \dfrac{\partial \rho}{\partial t}$ DENSITÀ DI CARICA

HA IMPORTANZA LOCALE



$\bar{J} : \; i = \int_S \vec{J}\, d\vec{s}$

Teoria di Campo Classica

FUNZIONE VETTORIALE

CAMPI: ELETTRICO e MAGNETICO

$\vec{E} = \vec{E}(\bar{r}, t)$ CAMPO ELETTRICO

$\vec{B} = \vec{B}(\bar{r}, t)$ CAMPO MAGNETICO

$\bar{F} = q\left[\vec{E}(\bar{r}, t) + \bar{v} \times \vec{B}(\bar{r}, t)\right]$

$d\bar{F} = dq\left[\vec{E} + \bar{v} \times \bar{B}\right]$

Eq. Maxwell

$\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = \rho / \varepsilon_0$ la carica elettrica genera il campo elettrico (pozzi e sorgenti)

$\rho = \dfrac{dq}{d\tau}$ densità carica per unità di volume

$\bar{\nabla} \cdot \bar{B} = 0$ non ci sono pozzi o sorgenti ma linee chiuse che generano campi solenoidali

in base al sistema di riferimento una carica può essere magnetica o una corrente elettrica

$\bar{\nabla} \times \bar{E} = - \dfrac{\partial \bar{B}}{\partial t}$

LEGGE DI FARADAY - NEUMANN
forza elettromotrice vera localmente, punto per punto
se $\bar{B}$ non dipende dal tempo
$\Rightarrow$ il rotore di $\bar{E} = 0$
(ELETTROSTATICA)

$\oint_\Gamma \bar{E}\, d\bar{e} = 0$
$\Rightarrow$ si può introdurre un campo conservativo

ma se il campo magnetico varia $\Rightarrow$ esiste un campo elettrico (ELETTRODINAMICA)

(ZLMOTT?) ?
Teorema di
$\bar{v}$ univoco
$\bar{\nabla} \cdot \bar{v} = \alpha$ OPER. SCALARE
$\bar{\nabla} \times \bar{v} = \bar{\beta}$ OPER. ROTORE
+ condizioni a contorno
$\Rightarrow$
descrive univocamente il vettore $\bar{v}$

$\left(\bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0 \bar{J}\right)$ $\bar{B}$ è creato dalla corrente elettrica
Teorema di Ampere (CIRCUITAZIONE)

Quando fate esplodere una bomba atomica entra in gioco l'elettromagnetismo non la forza nucleare

$\bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu_0 \bar{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \bar{E}}{\partial t}$

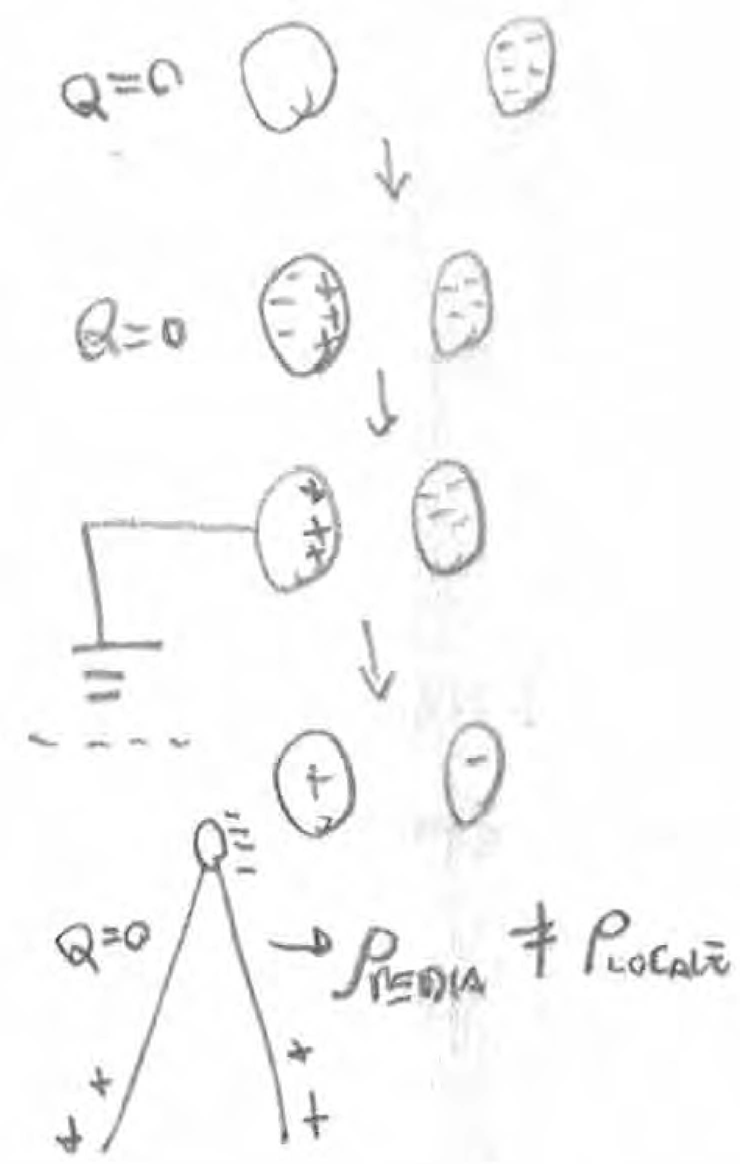
NELL'ELETTROSTATICA e LA MAGNETOSTATICA

LEGGE DI COULOMB + PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE = ELETTROSTATICA = $\frac{1}{2}$ ELETTRODINAMICA

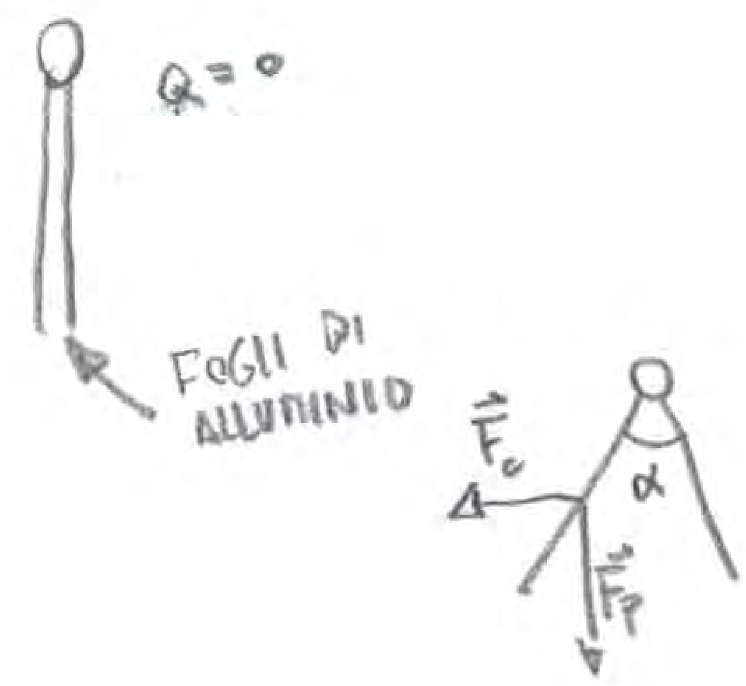
• $\bar{F}_c$ Legge di Coulomb

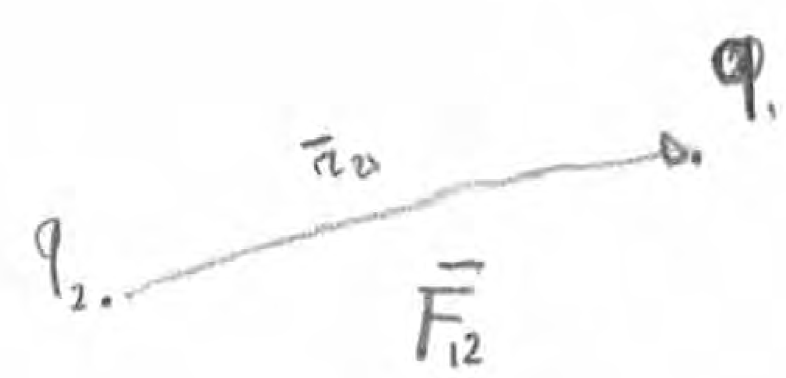
CORPI
- ISOLANTI
- DIELETTRICI
- CONDUTTORI

induzione elettrostatica



L'elettroscopio





$$\bar{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$$

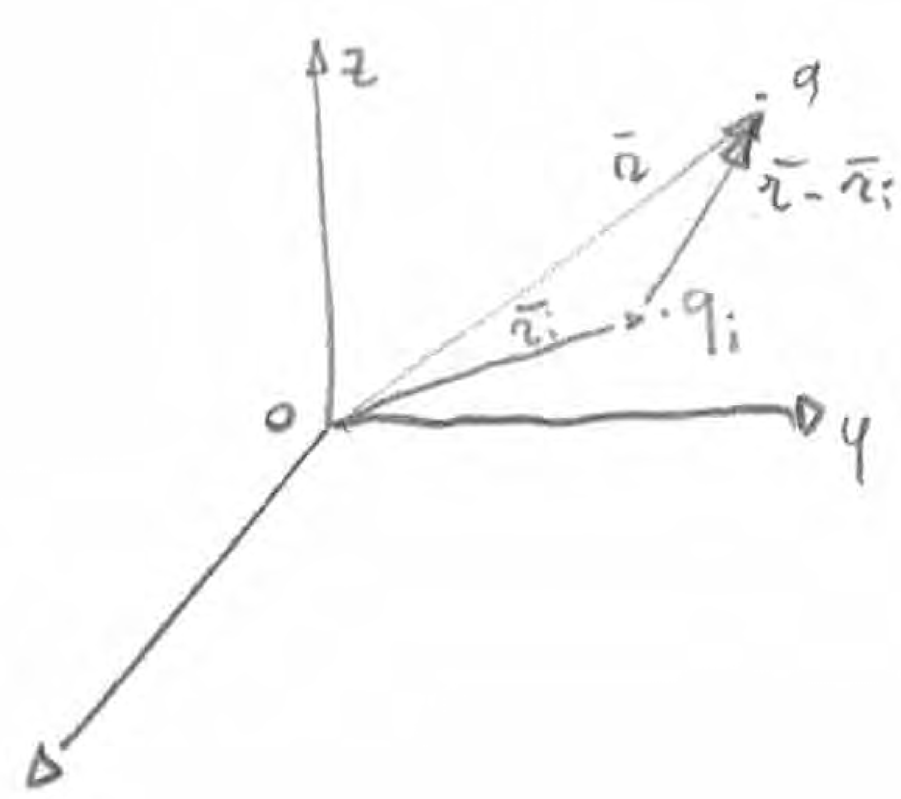
$$K = 9 \cdot 10^9 \frac{N\,m^2}{C^2}$$

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \longrightarrow 8.85\ 10^{-12} \frac{C^2}{N\,m^2}$$

α SCALARE

$\bar{\alpha}\ \vec{\alpha}\ \overrightarrow{\alpha}$ vettore

$\tilde{\alpha}$ TENSORE

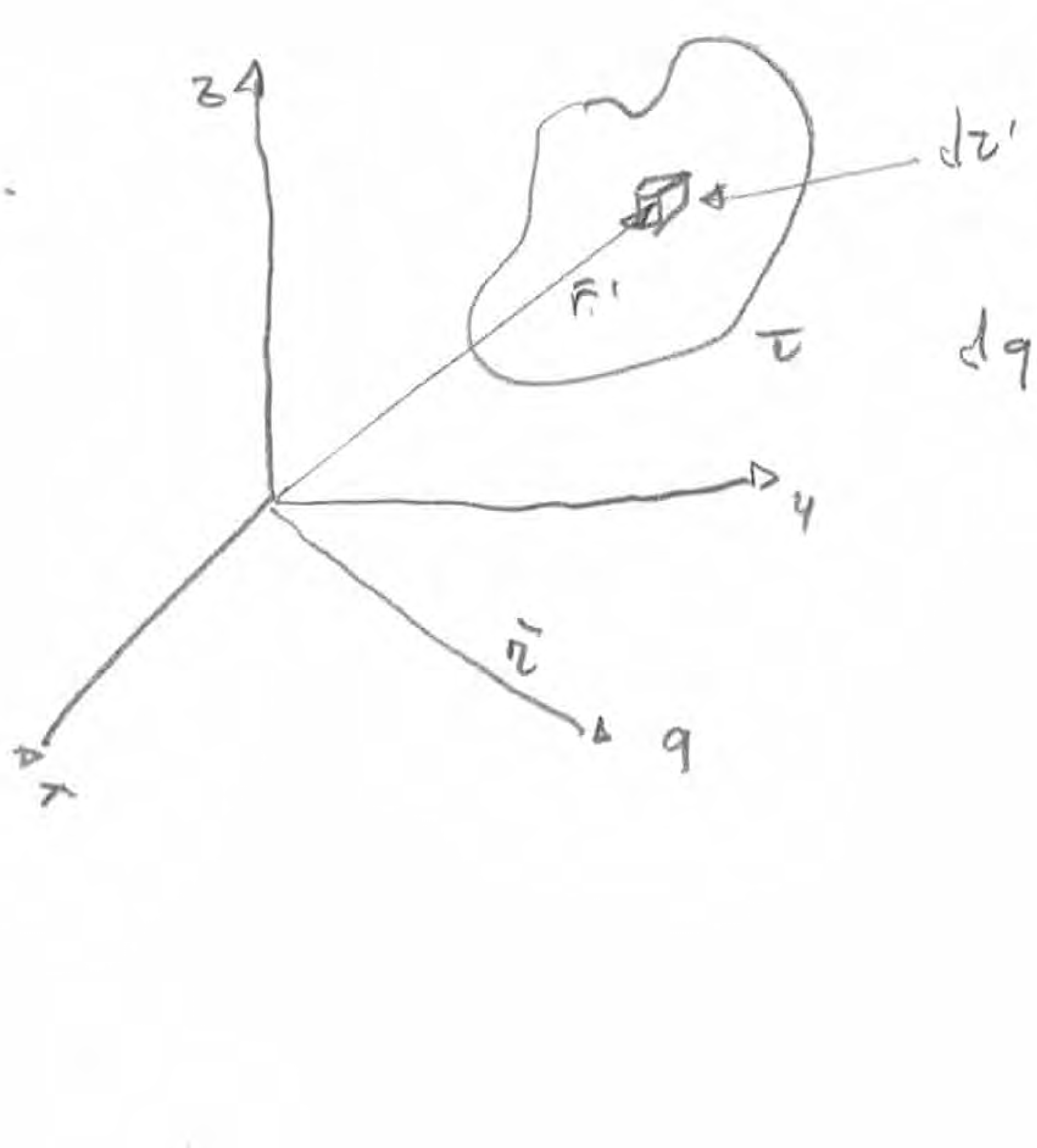


$$\bar{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r_{21}^3} \vec{r}_{21} \qquad \hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_{21}}{|r_{21}|}$$

Principio di sovrapposizione

$$\bar{F}_q = \underbrace{\sum_i \bar{F}_i}_{\text{somma delle forze risultanti sulla carica } q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q q_i}{(\bar{r}-\bar{r}_i)^3} (\bar{r} - \bar{r}_i)$$

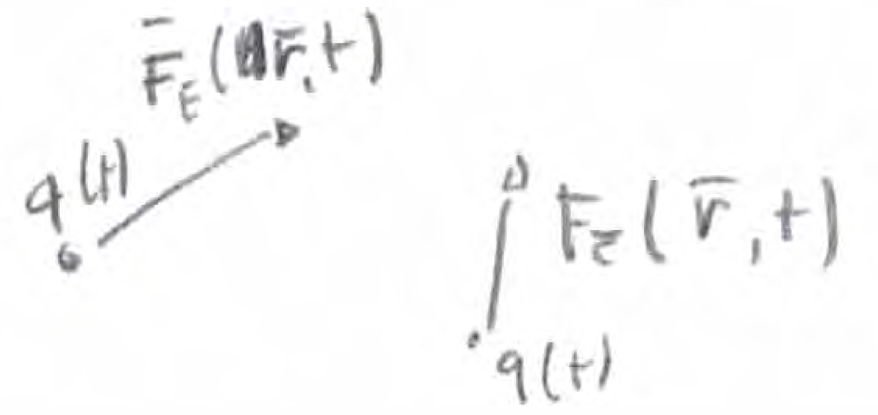
Lavoro per creare una carica puntiforme = ∞



$$dq = \rho(\bar{r}')\, d\tau' \qquad \bar{F} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_\tau \frac{\rho(\bar{r}')\, q\, (\bar{r} - \bar{r}')}{(\bar{r} - \bar{r}')^3} d\tau'$$

INTEGRALE DI VOLUME SULLE CARICHE DI τ; rispetto alla carica q distante $(\bar{r} - \bar{r}')$ rispetto ad ogni $d\tau'$

E più facile lavorare con il campo, non con le forze



$$\bar{E}(\bar{r},t) = \frac{\bar{F}_q(\bar{r},t)}{q}$$

$$[E] = \frac{[F]}{[Q]} = \frac{N}{C} = \frac{V}{m}$$

Newton / Coulomb Volt / metro

$$\bar{F} = \int \vec{E}\, dq$$

n cariche generano $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{|\bar{r}-\bar{r}_i|^3}(\bar{r}-\bar{r}_i)$

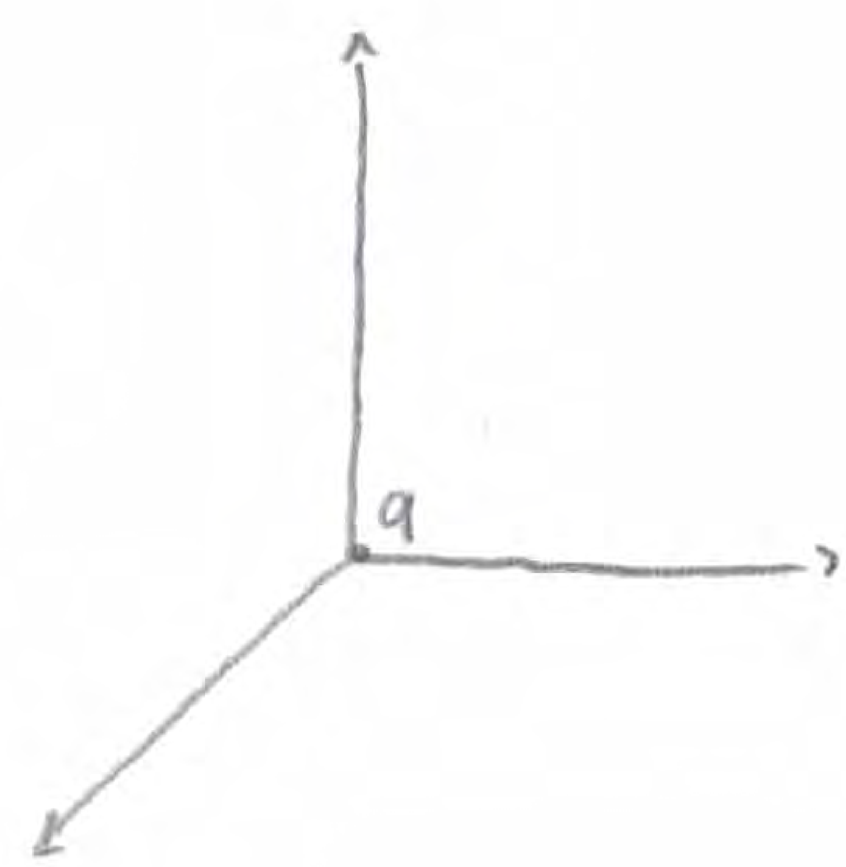
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\tau \frac{\rho(\bar{r}')\, d\tau'\, (\bar{r}-\bar{r}')}{|\bar{r}-\bar{r}'|^3}$$

28/02/19

$\vec{E}(\vec{r})$ $\bar{F}_E(\bar{r}) = Q\bar{E}(\bar{r})$

IL CAMPO ELETTRICO

$$\bar{E}(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$



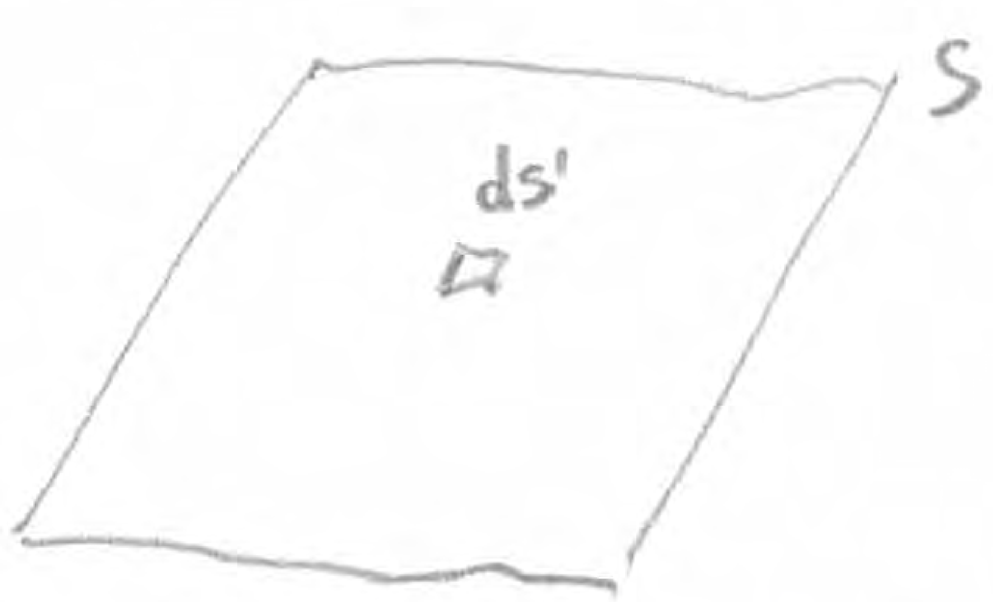
APPLICO IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

$$\vec{E}(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{|\bar{r}-\bar{r}_i|^3}(\bar{r}-\bar{r}_i)$$

$\rho(\bar{r}')$

VOLUMETRICA $\bar{E}(\bar{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\tau \frac{\rho(\bar{r}')(\bar{r}-\bar{r}')}{|\bar{r}-\bar{r}'|^3}\, d\tau'$

CARICA DISTRIBUITA SU DI UNA SUPERFICIE



$\sigma(\bar{r}')\, ds' = dq$

LINEARE

$\lambda(\bar{r}')\, dl' = dq$

SI CERCA SEMPRE DI TROVARE SIMMETRIE
PER SEMPLIFICARE I CONTI
ANCHE LA SOMMA DI CARICHE DI
AREE DIVERSE, VALE IL PR. di SOVRAPP.

N CO. CARTESIANE IL CE

$\bar{E} = (E_x, E_y, E_z)$

$$\begin{cases} E_x(x,y,z) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_i \dfrac{q_i\,(x-x_i)}{\left[(x-x_i)^2+(y-y_i)^2+(z-z_i)^2\right]^{3/2}} \\ \vdots \end{cases}$$

"MACCHINERIE"

$\downarrow$

$$\begin{cases} E_x(x,y,z) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \displaystyle\int \dfrac{\rho(x',y',z')\,(x-x')\,dx'dy'dz'}{\left[\ \dots\ \right]^{3/2}} \\ \vdots \end{cases}$$

DIPOLO Elettrico

quanto vale il campo E.

MOMENTO DEL DIPOLO ELETTRICO

$\vec{P} = p\vec{d}$ $\quad [C \cdot m]$

$\bar{E}(0,y,0) = ?$

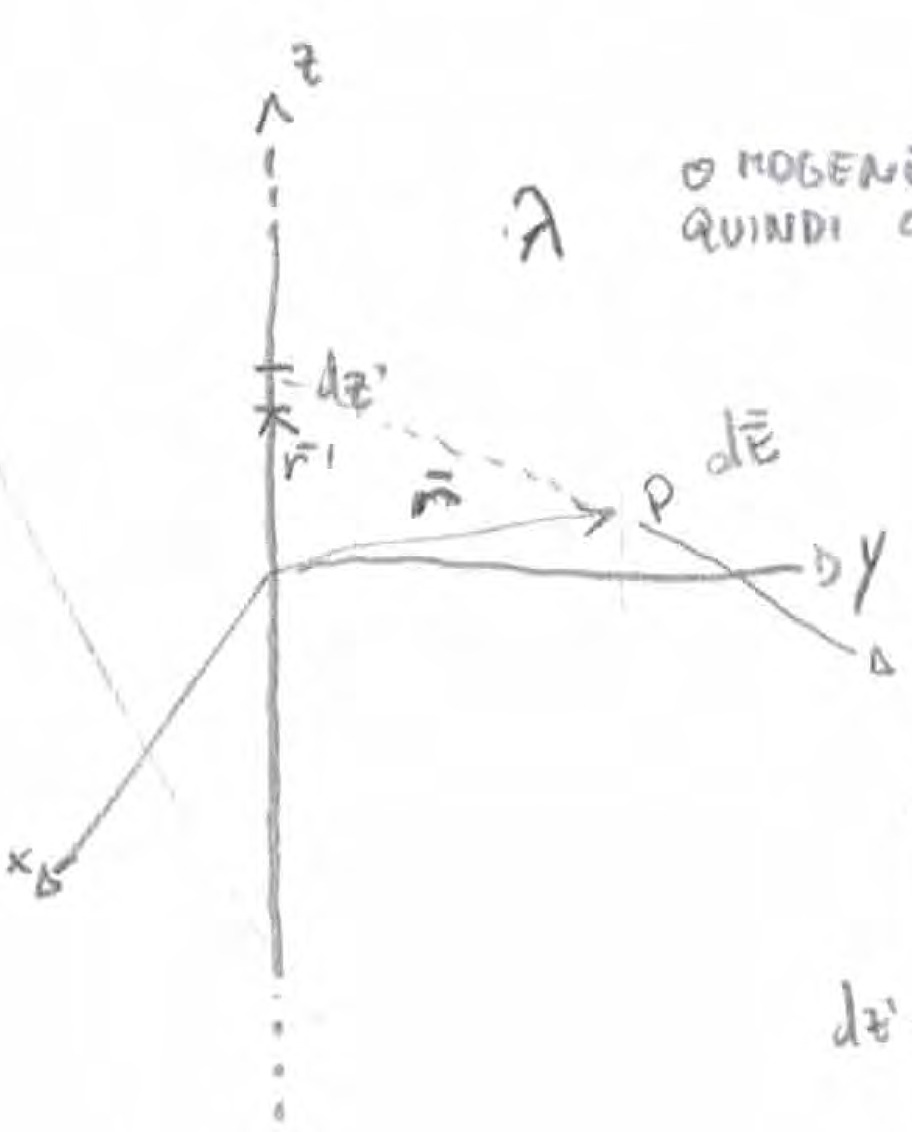
$E_x = 0$
$E_y = 0$

$\bar{r} = (0,y,0)$
$\bar{r}_1 = (0,0,d/2)$
$\bar{r}_2 = (0,0,-d/2)$

$E = E_z = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum \dfrac{q_i\,(\frac{d}{2} - z')}{4\pi\varepsilon_0}$

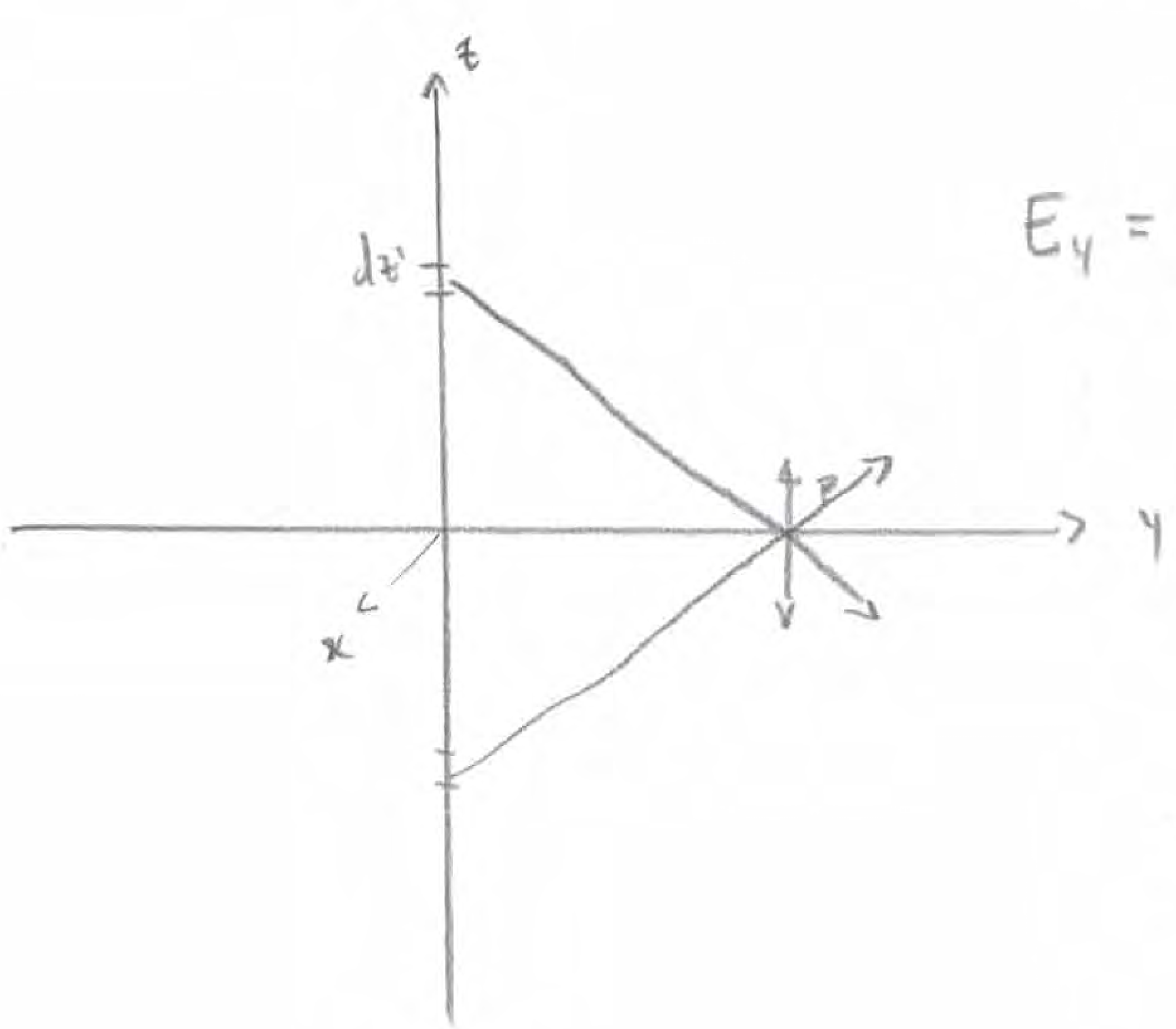
$$E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q(-d/2)}{\left[y^2+(-\frac{d}{2})^2\right]^{3/2}} + \frac{(-q)(+\frac{d}{2})}{\left[y^2+(+\frac{d}{2})^2\right]^{3/2}}\right] = -\frac{q\,d}{4\pi\varepsilon_0\left[y^2+\frac{d^2}{4}\right]^{3/2}} = \frac{\vec{P}}{\dots}$$

per $y \to \infty$ $\quad E \sim \dfrac{1}{y^3}$ VA PIÙ VELOCEMENTE POICHÉ DA LONTANO UN DIPOLO È NEUTRO



λ OMOGENEO QUINDI COSTANTE

$$d\bar{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda(\bar{r}-\bar{r}')\,dz'}{|\bar{r}-\bar{r}'|^3}$$



$$E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\lambda\,y\,dz'}{\left[y^2+(z')^2\right]^{3/2}} = \frac{\lambda y}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dz'}{\left[y^2+(z')^2\right]^{3/2}} =$$

$$= \frac{\lambda y}{4\pi\varepsilon_0}\int \frac{dz'}{y^3\left[1+\left(\frac{z'}{y}\right)^2\right]^{3/2}} = \qquad \frac{z'}{y} = \operatorname{tg}\theta$$

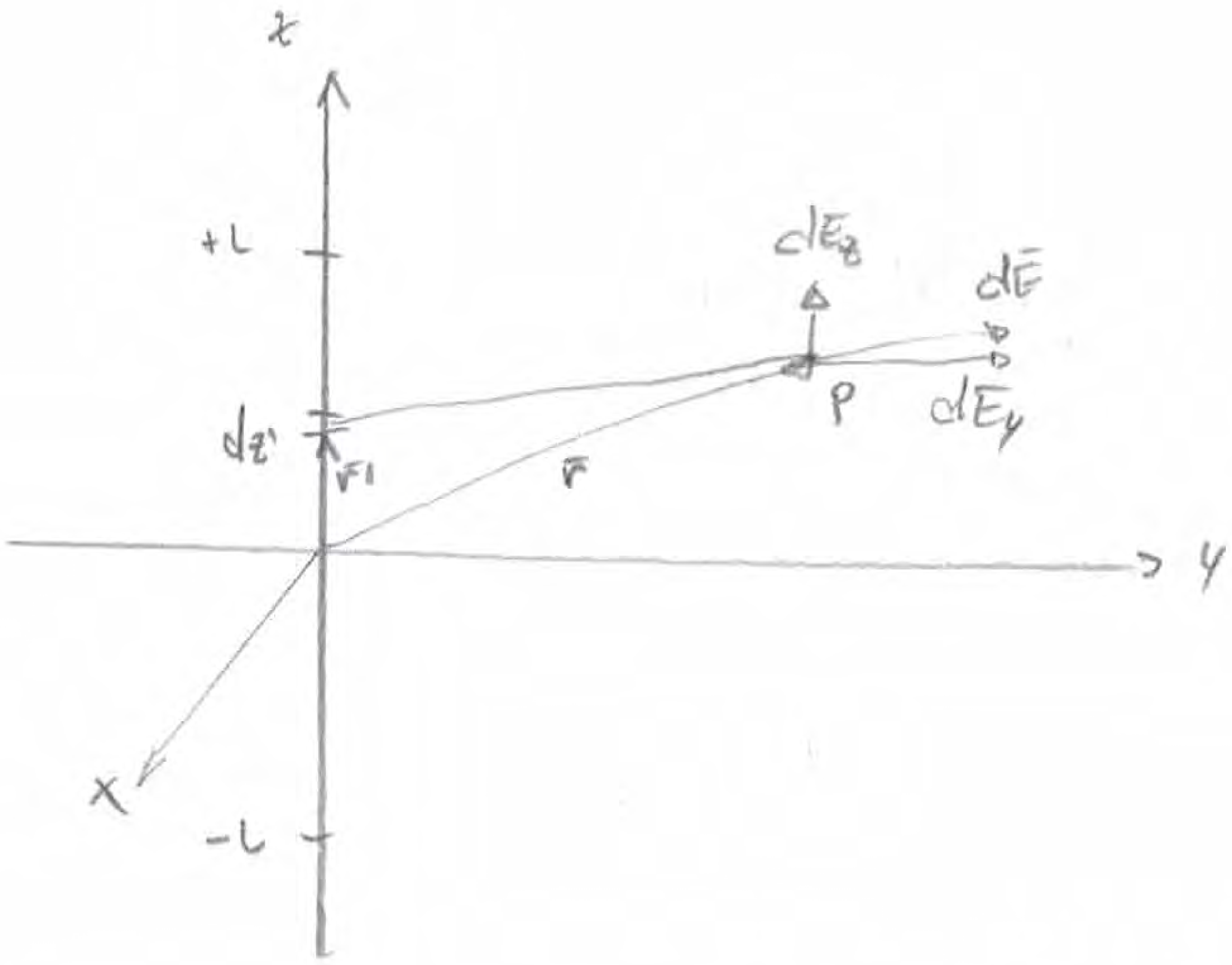
$z' = \operatorname{tg}\theta\, y$

$$= \int \frac{y}{y^3}\frac{d\theta}{\cos^2\theta} = \qquad dz' = y\,\frac{d\theta}{\cos^2\theta}$$

$$\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{y}$$

dunque il c.E. del filo é $\vec{E}(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}\hat{n}$

ORA UN FILO FINITO 2L



$\vec{r} = (0, y, z)$

$$E_y = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-L}^{+L}\frac{\lambda\, dz'\, y}{\left[y^2+(z-z')^2\right]^{3/2}} =$$

$$E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-L}^{L}\frac{\lambda\, dz'\,(z-z')}{\left[y^2+(z-z')^2\right]^{3/2}}$$

sostituzione $z - z' = t$ $\qquad y^2 + t^2 = \alpha^2$

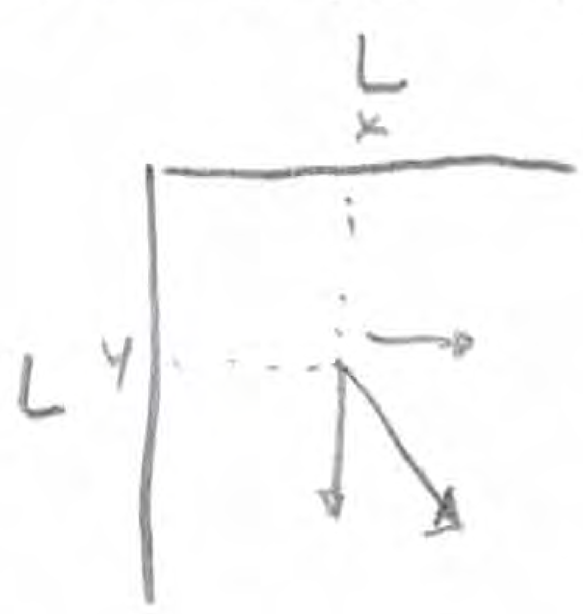
$-dt' = dt \qquad 2t\,dt = 2\alpha\, d\alpha$

$$\frac{-dt\, t}{\left[y^2+t^2\right]^{3/2}} = \frac{-\cancel{\alpha}\, d\alpha}{\alpha^{\cancel{3}\,2}} = -\frac{d\alpha}{\alpha^2} = \frac{1}{\alpha}$$

$$E_z = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left[y^2+(z-L)^2\right]^{1/2}} - \frac{1}{\left[y^2+(z+L)^2\right]^{1/2}}\right]$$

$$E_y = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{y}\left[\frac{(z+L)}{\left[y^2+(z-L)^2\right]^{1/2}} - \frac{(z+L)}{\left[y^2+(z-L)^2\right]^{1/2}}\right]$$

CAMPO DI FILI ORTOGONALI



VALE SEMPRE IL PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

LASTRA INFINITA

ANELLI CONCENTRICI DI RAGGIO INFINIT

ESERCIZIO ANELLO

$$dq = \lambda \, dl$$

SIMMETRIA

$$E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \oint \frac{dl \, \lambda \, z}{\left[R^2 + (z)^2\right]^{3/2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda z}{\left[R^2 + z^2\right]^{3/2}} \overbrace{\oint dl}^{2\pi R} = \frac{\lambda z R}{2\varepsilon_0 \left[R^2 + z^2\right]^{3/2}}$$